

Info III Tutorium

Thomas Pajor



ITI Sanders

05. Dezember 2006



Übungsblatt 5

- ▶ Aufgabe 1a – 4P
- ▶ Aufgabe 1b – 4P
- ▶ Aufgabe 2 – 14P

⇒ 22 Punkte insgesamt



Definition

Eine **kontextfreie** Grammatik G ist in *Chomsky–Normalform*, falls alle Produktionen folgende Form haben:

$$A \rightarrow BC \quad \text{oder} \quad A \rightarrow a$$

wobei $A, B, C \in V$ und $a \in \Sigma$.

Zur Herleitung der Chomsky–Normalform aus einer beliebigen kontextfreien Grammatik gibt es ein systematisches Verfahren.

Schritt 1: Elimination von Terminalzeichen auf der rechten Seite

- ▶ Füge für jedes $x_i \in \Sigma$ eine neue Variable X_i in V hinzu.
- ▶ Ersetze in allen Produktionen jedes Vorkommen von x_i durch X_i .
- ▶ Füge für jedes $x_i \in \Sigma$ eine neue Produktion $X_i \rightarrow x_i$ hinzu.



Schritt 1: Elimination von Terminalzeichen auf der rechten Seite

- ▶ Füge für jedes $x_i \in \Sigma$ eine neue Variable X_i in V hinzu.
- ▶ Ersetze in allen Produktionen jedes Vorkommen von x_i durch X_i .
- ▶ Füge für jedes $x_i \in \Sigma$ eine neue Produktion $X_i \rightarrow x_i$ hinzu.



Schritt 1: Elimination von Terminalzeichen auf der rechten Seite

- ▶ Füge für jedes $x_i \in \Sigma$ eine neue Variable X_i in V hinzu.
- ▶ Ersetze in allen Produktionen jedes Vorkommen von x_i durch X_i .
- ▶ Füge für jedes $x_i \in \Sigma$ eine neue Produktion $X_i \rightarrow x_i$ hinzu.



Verfahren zur Herleitung der CNF

Schritt 2: Rechte Seiten verkürzen

Betrachte jede Regel der Form

$$A \rightarrow B_1 \dots B_m$$

mit $m > 2$ und $A, B_i \in V$. Führe $m - 2$ neue Variablen C_1, \dots, C_{m-2} ein und ersetze die obige Regel durch folgende Regeln:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow B_1 C_1 \\ C_i &\rightarrow B_{i+1} C_{i+1} \quad \text{für } 1 \leq i \leq m - 3 \\ C_{m-2} &\rightarrow B_{m-1} B_m \end{aligned}$$



Schritt 2: Rechte Seiten verkürzen

Betrachte jede Regel der Form

$$A \rightarrow B_1 \dots B_m$$

mit $m > 2$ und $A, B_i \in V$. Führe $m - 2$ neue Variablen C_1, \dots, C_{m-2} ein und ersetze die obige Regel durch folgende Regeln:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow B_1 C_1 \\ C_i &\rightarrow B_{i+1} C_{i+1} \quad \text{für } 1 \leq i \leq m - 3 \\ C_{m-2} &\rightarrow B_{m-1} B_m \end{aligned}$$

Schritt 3: Zyklen bei Kettenregeln löschen

Verfolge alle Kettenregeln bis sich ein Kreis bildet, also betrachte

$$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow \dots \rightarrow A_r \rightarrow A_1$$

Ersetze in allen Produktionen die Variablen A_2, \dots, A_r durch A_1 und lösche die Produktion $A_1 \rightarrow A_1$.



Schritt 3: Zyklen bei Kettenregeln löschen

Verfolge alle Kettenregeln bis sich ein Kreis bildet, also betrachte

$$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow \dots \rightarrow A_r \rightarrow A_1$$

Ersetze in allen Produktionen die Variablen A_2, \dots, A_r durch A_1 und lösche die Produktion $A_1 \rightarrow A_1$.



Schritt 4: Sonstige Kettenproduktionen löschen

Wir nummerieren alle Variablen durch, also $V = \{A_1, \dots, A_n\}$ wobei aus der Existenz einer Produktion $A_i \rightarrow A_j$ folgen soll, dass $i < j$ (Topologisches Sortieren).

Für jedes $k = n - 1, \dots, 1$ lösche jede Regel der Form $A_k \rightarrow A_l$ wobei $l > k$, und füge zu jeder Regel $A_l \rightarrow X$ (X beliebig) eine Regel $A_k \rightarrow X$ hinzu.



Schritt 4: Sonstige Kettenproduktionen löschen

Wir nummerieren alle Variablen durch, also $V = \{A_1, \dots, A_n\}$ wobei aus der Existenz einer Produktion $A_i \rightarrow A_j$ folgen soll, dass $i < j$ (Topologisches Sortieren).

Für jedes $k = n - 1, \dots, 1$ lösche jede Regel der Form $A_k \rightarrow A_l$ wobei $l > k$, und füge zu jeder Regel $A_l \rightarrow X$ (X beliebig) eine Regel $A_k \rightarrow X$ hinzu.

Schritt 4: Sonstige Kettenproduktionen löschen

Wir nummerieren alle Variablen durch, also $V = \{A_1, \dots, A_n\}$ wobei aus der Existenz einer Produktion $A_i \rightarrow A_j$ folgen soll, dass $i < j$ (Topologisches Sortieren).

Für jedes $k = n - 1, \dots, 1$ lösche jede Regel der Form $A_k \rightarrow A_l$ wobei $l > k$, und füge zu jeder Regel $A_l \rightarrow X$ (X beliebig) eine Regel $A_k \rightarrow X$ hinzu.

Aufgabe 1

Aufgabe

Gegeben sei folgende kontextfreie Grammatik $G := (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$P := \{S \rightarrow aA, \quad (1)$$

$$A \rightarrow C \mid aA \mid a, \quad (2)$$

$$B \rightarrow C \mid bB \mid b, \quad (3)$$

$$C \rightarrow B \mid c\} \quad (4)$$

Geben Sie durch systematische Konstruktion eine äquivalente Grammatik G' in Chomsky–Normalform an.



Aufgabe 2

Aufgabe

Gegeben sei folgende kontextfreie Grammatik

$G := (V := \{S\}, \Sigma := \{a, b\}, P, S)$ mit

$$P := \{S \rightarrow SS, \quad (5)$$

$$S \rightarrow aSb, \quad (6)$$

$$S \rightarrow ab\} \quad (7)$$

- (a) Wandeln Sie G in Chomsky–Normalform G' .
- (b) Prüfen Sie mit dem Algorithmus von COCKE–YOUNGER–KASAMI ob die Wörter $w_1 := ababaabb$ und $w_2 := ababb$ in $L(G)$ enthalten sind und geben Sie ggf. eine Ableitungsfolge $S \xRightarrow{*} w$ an.



Aufgabe

Zeigen oder widerlegen Sie: Die Sprache

$$L := \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$$

ist kontextfrei.

