Info III Tutorium

Thomas Pajor

Fakultät für Informatik

ITI Sanders

28. November 2006

Punkteverteilung

Übungsblatt 4

- Aufgabe 1a – 7P
- Aufgabe 1b – 5P
- Aufgabe 2a – 1P
- Aufgabe 2b – 7P

$\Rightarrow$ 20 Punkte insgesamt

Punkteverteilung

Übungsblatt 4

- Aufgabe 1a – 7P
- Aufgabe 1b – 5P
- Aufgabe 2a – 1P
- Aufgabe 2b – 7P

$\Rightarrow$ 20 Punkte insgesamt

Für den Schein hinreichend: $\frac{1}{3}$ der Punkte vor und nach Weihnachten!

Definition (Äquivalenz von Zuständen)

Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ ein endlicher Automat. Zwei Zustände $p, q \in Q$ heißen *äquivalent*, falls für alle Wörter $w \in \Sigma^*$ gilt

$$\delta(p, w) \in F \quad \Leftrightarrow \quad \delta(q, w) \in F$$

Die Äquivalenz von Zuständen ist eine Äquivalenzrelation $\sim$ auf Q und induziert somit eine Partition auf Q.

Definition (Äquivalenzklassenautomat)

Sei $\mathcal{A} := (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ ein DEA, dann ist der *Äquivalenzklassenautomat* $\mathcal{A}^{\equiv} := (Q^{\equiv}, \Sigma, \delta^{\equiv}, s^{\equiv}, F^{\equiv})$ definiert durch

Definition (Äquivalenzklassenautomat)

Sei $\mathcal{A} := (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ ein DEA, dann ist der *Äquivalenzklassenautomat* $\mathcal{A}^{\equiv} := (Q^{\equiv}, \Sigma, \delta^{\equiv}, s^{\equiv}, F^{\equiv})$ definiert durch

- $Q^{\equiv} := \{[q]_{\sim} \mid q \in Q\}$

Definition (Äquivalenzklassenautomat)

Sei $\mathcal{A} := (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ ein DEA, dann ist der *Äquivalenzklassenautomat* $\mathcal{A}^{\equiv} := (Q^{\equiv}, \Sigma, \delta^{\equiv}, s^{\equiv}, F^{\equiv})$ definiert durch

- $Q^{\equiv} := \{[q]_{\sim} \mid q \in Q\}$
- $\delta^{\equiv}([q]_{\sim}, a) := [\delta(q, a)]_{\sim}$

Definition (Äquivalenzklassenautomat)

Sei $\mathcal{A} := (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ ein DEA, dann ist der *Äquivalenzklassenautomat* $\mathcal{A}^{\equiv} := (Q^{\equiv}, \Sigma, \delta^{\equiv}, s^{\equiv}, F^{\equiv})$ definiert durch

- $Q^{\equiv} := \{[q]_{\sim} \mid q \in Q\}$
- $\delta^{\equiv}([q]_{\sim}, a) := [\delta(q, a)]_{\sim}$
- $s^{\equiv} := [s]_{\sim}$

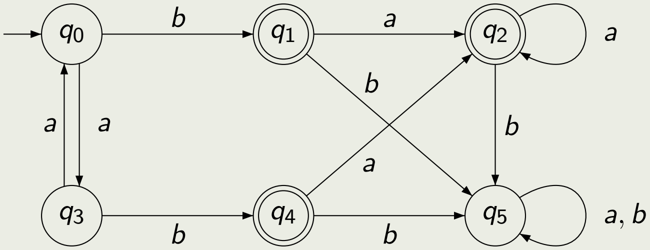
Definition (Äquivalenzklassenautomat)

Sei $\mathcal{A} := (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ ein DEA, dann ist der *Äquivalenzklassenautomat* $\mathcal{A}^{\equiv} := (Q^{\equiv}, \Sigma, \delta^{\equiv}, s^{\equiv}, F^{\equiv})$ definiert durch

- $Q^{\equiv} := \{[q]_{\sim} \mid q \in Q\}$
- $\delta^{\equiv}([q]_{\sim}, a) := [\delta(q, a)]_{\sim}$
- $s^{\equiv} := [s]_{\sim}$
- $F^{\equiv} := \{[f]_{\sim} \mid f \in F\}$

Aufgabe 1

Gegeben sei folgender DEA $\mathcal{A} := (Q, \{a, b\}, \delta, q_0, F)$



Bestimmen Sie einen äquivalenten, minimalen DEA.

Aufgabe 2

Vermöge $\Sigma := \{0, 1\}$, und sei $L \subseteq \Sigma^*$ definiert durch

$$L := \{1^{2^j} \mid j \geq 1\}$$

(a) Bestimmen Sie die Äquivalenzklassen von Σ^* bezüglich der Nerode Relation zu L.

(b) Leiten Sie aus den Äquivalenzklassen einen (minimalen) DEA ab.

Aufgabe 3

Sei für $\Sigma := \{a, b, c\}$ folgende Sprache gegeben:

$$L := \{a^j b^k c^l \mid j, k, l \geq 0 \text{ und } k = l \text{ falls } j = 1\}$$

Zeigen Sie:

(a) L erfüllt alle Bedingungen des Pumping Lemma.

(b) L ist trotzdem nicht regulär.

Das Pumping Lemma für reguläre Sprachen

Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine Sprache über einem Alphabet Σ, dann gilt

$$
L \text{ regulär} \quad \Longrightarrow \quad \begin{array}{l} \exists n \in \mathbb{N} : \\ \forall w \in L \text{ mit } |w| > n : \\ \exists \text{ Zerlegung } w = uvx \text{ mit } |uv| \leq n \text{ und } |v| > 0 : \\ \forall i \in \mathbb{N}_0 : uv^i x \in L \end{array}
$$

Aufgabe

Aufgabe 4

Beweisen Sie:

(a) $L^c = \Sigma^* \setminus L$ ist regulär, wenn L eine reguläre Sprache ist.

(b) $L_1 \cap L_2$ ist regulär, wenn L_1 und L_2 reguläre Sprachen sind.

Benutzen Sie dazu die induktive Definition von regulären Sprachen.