ε-NEA zu $\overline{\varepsilon}$-NEA Konversion

Thomas Pajor

4. Februar 2006

Dies ist nochmal eine ausführlichere Beschreibung wie man einen ε-NEA in einen $\overline{\varepsilon}$-NEA konvertiert, da im Tutorium keine Zeit war die „algorithmische" Vorgehensweise anzuschreiben.

ε-Abschluss

Wir definieren uns den ε-*Abschluss* zu einem Zustand q durch

$$E(q) := \{p \in Q \mid p \text{ ist von } q \text{ durch eine Folge von } \varepsilon\text{-Übergängen erreichbar}\}$$

Dies ist also die Menge aller Zustände, die man von q aus erreichen kann, ohne ein Eingabezeichen zu verbrauchen. Selbstverständlich ist für jeden Zustand q immer $q \in E(q)$.

Konstruktion des $\overline{\varepsilon}$-NEA

Zu einem ε-NEA $\mathcal{A} = (Q, \Sigma \cup \{\varepsilon\}, \delta, s, F)$ konstruiere $\overline{\varepsilon}$-NEA $\tilde{\mathcal{A}} := (Q, \Sigma, \tilde{\delta}, s, \tilde{F})$ wie folgt:

$$\tilde{\delta} : Q \times \Sigma \to 2^Q \quad \text{mit} \quad \tilde{\delta}(q, a) := \bigcup_{p \in E(q)} \delta(p, a)$$

$$\tilde{F} := \{\tilde{f} \in Q \mid E(\tilde{f}) \cap F \neq \emptyset\}$$

Wir betrachten hier also in $\mathcal{A}$ die Definition von δ auf der Potenzmenge. Der so konstruierte Automat ist nun frei von allen ε-Übergängen.

Satz: Es gilt: $\mathcal{L}(\mathcal{A}) = \mathcal{L}(\tilde{\mathcal{A}})$.

Beweis: siehe Vorlesung.

Algorithmische Vorgehensweise

- Übernimm alle Zustände von $\mathcal{A}$.
- Konstruiere $\tilde{\delta}$ wie folgt:

  Für jedes Symbol $a \in \Sigma$ und für jeden Zustand $q \in Q$ bestimme $E(q)$. Für jedes $p \in E(q)$ schau ob eine Kante $p \xrightarrow{a} q'$ ($q' \in Q$ beliebig) existiert. Wenn ja, füge eine Kante $q \xrightarrow{a} q'$ in $\tilde{\mathcal{A}}$ ein.
- Mache jeden Zustand q zu einem Endzustand dessen ε-Abschluss $E(q)$ in $\mathcal{A}$ mindestens einen Endzustand enhält — oder $\forall q \in Q : \left[\exists p \in E(q) : p \in F \quad \Rightarrow \quad q \in \tilde{F}\right]$.

Beispiel

Gegeben sei ein ε-NEA $\mathcal{A} := (Q, \Sigma := \{0,1\}, \delta, s, F)$, der durch den in Abbildung (1) dargestellten Graph definiert wird.

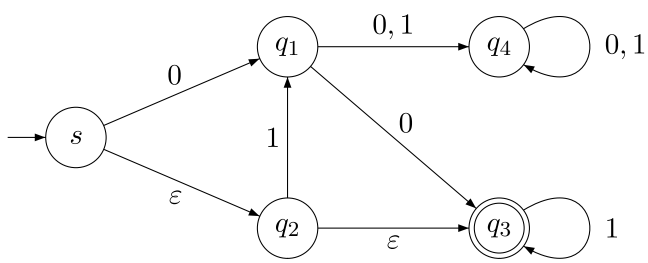

Abbildung 1: ε-NEA

Die ε-Abschlüsse zu den Zuständen sind dann

- $E(s) = \{s, q_2, q_3\}$
- $E(q_1) = \{q_1\}$
- $E(q_2) = \{q_2, q_3\}$
- $E(q_3) = \{q_3\}$
- $E(q_4) = \{q_4\}$

Anwendung des obigen Konstruktionsverfahrens liefert den $\overline{\varepsilon}$-NEA in Abbildung (2).

Dabei sind die roten Kanten die durch das Verfahren neu entstandenen Kanten. Die alten ε-Übergänge sind nicht mehr vorhanden.

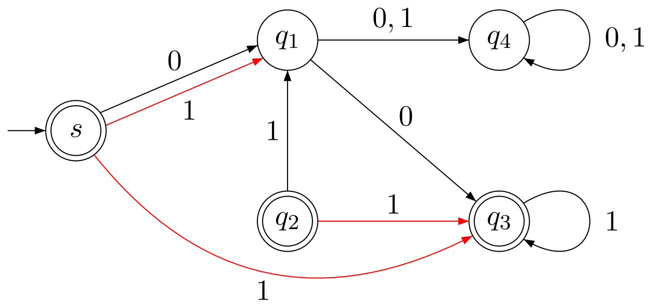

Abbildung 2: $\overline{\varepsilon}$-NEA